

基于 Radon 和解析 Fourier-Mellin 变换的尺度与旋转不变目标识别算法

王 暉¹⁾ 肖 斌²⁾ 马建峰¹⁾

¹⁾(西安电子科技大学计算机网络信息与安全教育部重点实验室,西安 710071)

²⁾(陕西师范大学物理学与信息技术学院,西安 710062)

摘要 由于正交矩对噪声鲁棒性强、重建效果好,因此被广泛应用于目标识别与分类中,但是正交矩本质上缺乏尺度变换不变性,而且必要的图像二值化与归一化过程会引入重采样与重量化误差。为此,在研究现有正交矩的基础上,提出了一种基于 Radon 变换和解析 Fourier-Mellin 变换的尺度与旋转不变的目标识别算法。该算法首先直接对目标灰度图像进行 Radon 变换,然后对 Radon 变换结果进行进一步解析,通过 Fourier-Mellin 变换将原图像的旋转变化转化为相位变化,将原图像的尺度变化转化为幅度变化;最后,通过定义一旋转与尺度不变函数,同时利用不变函数的 4 种特征,再应用 k-近邻法实现分类。理论与实验结果表明,由于避免了正交矩方法存在的重采样与重量化误差,该算法的分类精度高于基于正交矩的分类方法,而且对白噪声的鲁棒性也显著高于基于正交矩的识别与分类方法。

关键词 Radon 变换 模式识别 Fourier-Mellin 变换 不变性分析

中图分类号:TP391.41 文献标识码:A 文章编号:1006-8961(2008)11-2157-06

Scaling and Rotation Invariant Analysis Approach to Object Recognition Based on Radon and Analytic Fourier-Mellin Transforms

WANG Xuan¹⁾, XIAO Bin²⁾, MA Jian-feng¹⁾

¹⁾(The Key Laboratory of the Ministry of Education for Computer Networks and Information Security Xidian University, Xi' An 710071)

²⁾(School of Physics and Information Technology Shaanxi Normal University, Xi' An 710062)

Abstract Orthogonal moments have been widely used for image recognition and classification due to their useful properties such as being less sensitive to noise and being very accurate in image reconstruction. However, they do not natively possess scaling invariance, essential image normalization and binarization process will lead to error of re-sampling and re-quantifying. A new scaling and rotation invariant analysis method for image recognition is proposed. In the proposed method, the Radon transform is utilized to project the image onto projection space, and then the analytic Fourier-Mellin transform is applied to the projection space to convert the rotation of the original image to a phase shift and the scaling of the original image to a scaling of amplitude. In order to achieve a set of completely invariant descriptors, a rotation and scaling invariant function is constructed. Based on four features of the invariant function, a k-nearest neighbor classifier is employed to implement classification. Theoretical and experimental results show the high classification accuracy of this approach in comparison to the orthogonal moments-based methods as a result of using the rotation and scaling invariant function instead of images binarization and normalization, it also shows that this method is more robust to white noise than the orthogonal moments-based methods.

Keywords Radon transform, pattern recognition, Fourier-Mellin transform, invariant analysis

基金项目:国家高技术研究发展计划(863)资助项目(2002AA143021)

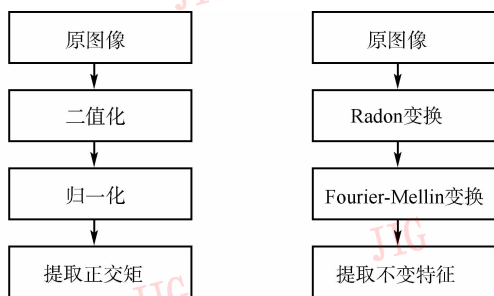
收稿日期:2006-12-11; 改回日期:2007-05-11

第一作者简介:王 暉(1966 ~),男,副教授。现为西安电子科技大学博士研究生。主要研究方向为图像处理、网络安全。

E-mail:wxuan@snnu.edu.cn

1 引言

在图像处理、模式识别与分类中,关于图像的几何变换(旋转、平移与尺度变换)不变分析是一个非常重要的研究内容,因为其可以应用于机器视觉、目标识别与分类、纹理分析等^[1,2]。此类研究方法中受到广泛关注的是基于不变矩的分析方法^[3-6],矩按照其定义可分为非正交矩与正交矩两种^[7],其中非正交矩,如几何矩、复数矩虽然计算复杂度低,但对噪声非常敏感,而且基于非正交矩来重建原图像非常困难。正交矩,如 Zernike 矩^[8,9]、Legendre 矩^[10]、Pseudo-Zernike 矩^[7]、Tchebichef 矩^[11]、Fourier-Mellin 矩^[12],由于是将图像投影在一组正交函数组成的基上,因此基于正交矩可以重建原图像,而且正交矩对噪声的鲁棒性强,但是应用正交矩进行图像几何变换(旋转、平移与尺度变换)不变分析的主要问题是,正交矩本质上缺乏尺度变换不变性^[7,9],通过对图像进行二值化与归一化虽可以实现尺度变换不变分析(见图 1(a)),但图像的归一化过程会引入重采样与重量化误差,而二值化过程则会丢失很多细节与有用信息。为此本文提出了一种基于 Radon 变换和解析 Fourier-Mellin 变换的尺度与旋转不变目标识别算法。该算法先直接对目标灰度图像进行 Radon 变换(见图 1(b)),然后将原图像的旋转转化为投影空间沿 θ 方向的平移(见图 2),同时将原图像的尺度变化转换为 r 轴的尺度变化与幅度变化,最后对 Radon 投影空间进一步进行解析 Fourier-Mellin 变换,即可将 Radon 投影空间的 θ 方向的平移转化为相位因子和将 r 轴的尺度变化与幅度变化转换为幅度变化。在此基础上即可通过定义一旋转



(a) 基于正交矩不变分析方法框图

(b) 本文算法框图

图 1 基于正交矩不变分析方法与本文算法框图

Fig. 1 The block diagram of the orthogonal

moment-based analysis methods and our approach

与尺度不变函数,再应用 k-近邻法实现分类。理论与实验结果表明,由于该算法避免了正交矩方法存在的重采样与重量化误差,因此不仅分类精度高,而且对白噪声的鲁棒性也明显高于现有的基于正交矩的识别与分类方法。

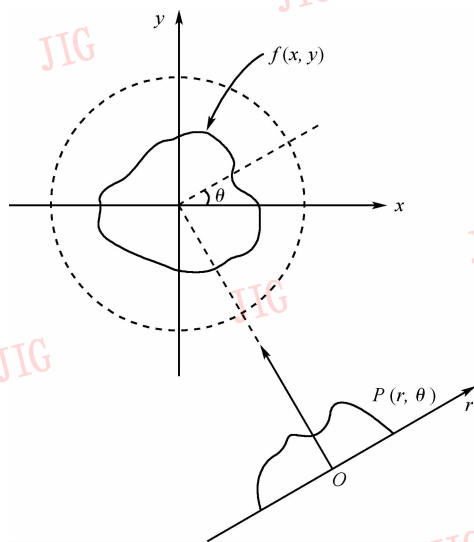
2 Radon 变换与解析 Fourier-Mellin 变换

2.1 Radon 变换及其性质

一个 2 维函数 $f(x, y)$ 的 Radon 变换是该函数沿包含该函数的平面内的一组直线的线积分^[13],其定义如下:

$$\begin{aligned} P(r, \theta) &= R(r, \theta) \{f(x, y)\} \\ &= \iint f(x, y) \delta(r - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy \end{aligned} \quad (1)$$

式中, $|r|$ 代表坐标原点 O 到直线的距离, $\theta \in [0, \pi)$ 代表直线与 y 轴之间的夹角(或直线的法线与 x 轴的夹角)(如图 2 所示)。

图 2 函数 $f(x, y)$ 的 Radon 变换Fig. 2 The Radon transform of $f(x, y)$

$\delta(r)$ 是 Dirac 函数。由式(1)定义可见, Radon 变换是将 $f(x, y)$ 沿着直线 $r - x \cos \theta - y \sin \theta = 0$ 进行积分,以便获得在任意 (r, θ) 处 $f(x, y)$ 沿着该直线的求和值(即投影值) $P(r, \theta)$ 。Radon 变换关于图像的几何变换有以下性质:

(1) 平移性质

$$R(r, \theta) \{f(x - x_0, y - y_0)\} = P(r - r_0, \theta) \quad (2)$$

(2) 旋转性质 (旋转角度为 φ)

$$R(r, \theta) \{f(x \cos \varphi + y \sin \varphi, -x \sin \varphi + y \cos \varphi)\} = P(r, \theta + \varphi) \quad (3)$$

(3) 尺度变换性质 (尺度变换因子为 $\lambda, \lambda \neq 0$), 即

$$R(r, \theta) \left\{f\left(\frac{x}{\lambda}, \frac{y}{\lambda}\right)\right\} = \lambda P\left(\frac{r}{\lambda}, \theta\right) \quad (4)$$

其中, $r_0 = x_0 \cos \theta + y_0 \sin \theta$ 。

2.2 解析 Fourier-Mellin 变换

用极坐标表示的 2 维函数 $g(r, \theta)$ 的解析 Fourier-Mellin 变换 $M(s, k)$ 定义为^[14]

$$M(s, k) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} g(r, \theta) \cdot r^{s-1} \cdot \exp(-ik\theta) dr d\theta \quad (5)$$

式中, $s = \sigma - iu, u$ 为值为实数的变量, σ 为大于 0 的实常量, 其值一般取 0.5。因此式(5) 可写为

$$M(u, k) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} g(r, \theta) \cdot r^{\sigma-iu-1} \cdot \exp(-ik\theta) dr d\theta \quad (6)$$

3 本文算法

令 $\hat{f}(x, y)$ 表示图像 $f(x, y)$ 经因子为 λ 的尺度变换与角度为 φ 的旋转变换后所获得的图像, 则根据式(2) ~ 式(4) 可得, $\hat{f}(x, y)$ 的 Radon 变换为

$$\hat{P}(r, \theta) = R(r, \theta) \{\hat{f}(x, y)\} = \lambda P\left(\frac{r}{\lambda}, \theta + \varphi\right) \quad (7)$$

其中, $P(r, \theta)$ 为函数 $f(x, y)$ 的 Radon 变换, 若对 $\hat{p}(r, \theta)$ 进行 Fourier-Mellin 变换, 则有

$$\begin{aligned} \hat{M}(u, k) &= \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \hat{P}(r, \theta) \cdot r^{\sigma-iu-1} \cdot \exp(-ik\theta) dr d\theta \\ &= \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \lambda P\left(\frac{r}{\lambda}, \theta + \varphi\right) \cdot r^{\sigma-iu-1} \cdot \exp(-ik\theta) dr d\theta \end{aligned} \quad (8)$$

令 $\tau = \frac{r}{\lambda}, \beta = \theta + \varphi$, 有 $r = \lambda \cdot \tau, \theta = \beta - \varphi, dr = \lambda d\tau, d\theta = d\beta$, 则式(8) 变为

$$\begin{aligned} \hat{M}(u, k) &= \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \lambda P(\tau, \beta) \cdot (\lambda \tau)^{\sigma-iu-1} \cdot \exp(-ik(\beta - \varphi)) \cdot \lambda d\tau d\beta \\ &= \lambda^{\sigma+1} \lambda^{-iu} \exp(ik\varphi) \cdot \int_0^\infty \int_0^{2\pi} P(\tau, \beta) \cdot \tau^{\sigma-iu-1} \cdot \exp(-ik\beta) d\tau d\beta \\ &= \lambda^{\sigma-iu+1} \exp(ik\varphi) M(u, k) \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $M(u, k)$ 为函数 $P(r, \theta)$ 的 Fourier-Mellin 变换。由上式可以看出, 通过 Radon 变换与 Fourier-Mellin

变换, 原图像 $f(x, y)$ 的旋转变换就转化为一相位因子, 原图像的尺度变换就转化为一幅度因子, 由此定义函数

$$Z(u, k) = M(0, 0) \cdot \frac{-(\sigma-iu+1)}{\sigma+1} e^{ik \arg(M(0,1))} M(u, k) \quad (10)$$

由式(9) ~ 式(10) 可得

$$\begin{aligned} \hat{Z}(u, k) &= \hat{M}(0, 0) \frac{-(\sigma-iu+1)}{\sigma+1} e^{ik \arg(\hat{M}(0,1))} \hat{M}(u, k) \\ &= [\lambda^{\sigma+1} M(0, 0)] \frac{-(\sigma-iu+1)}{\sigma+1} e^{ik \arg[\lambda^{\sigma+1} e^{ik\varphi} M(0,1)]} \lambda^{\sigma-iu+1} e^{ik\varphi} M(u, k) \\ &= M(0, 0) \frac{-(\sigma-iu+1)}{\sigma+1} e^{ik \arg[M(0,1)]} M(u, k) \\ &= Z(u, k) \end{aligned} \quad (11)$$

根据式(11) 可知, 函数 $Z(u, k)$ 与原图像的旋转变换及尺度变换无关, 基于不变函数 $Z(u, k)$ 提取的图像的旋转变换及尺度变换的不变特征如下:

$$e_1 = \sum_{u=1}^M \sum_{k=1}^N |Z(u, k)| \quad (12)$$

$$e_2 = \sqrt{\sum_{u=1}^M \sum_{k=1}^N |Z(u, k)|^2} \quad (13)$$

$$e_3 = \sqrt{\frac{1}{(M \times N)^2} \sum_{u=1}^M \sum_{k=1}^N |Z(u, k) - \mu|^2} \quad (14)$$

$$e_4 = -\frac{1}{(M \times N)^2} \sum_{u=1}^M \sum_{k=1}^N |Z(u, k)|^2 \log(|Z(u, k)|^2) \quad (15)$$

其中, $\mu = \frac{1}{M \times N} \sum_{u=1}^M \sum_{k=1}^N Z(u, k)$ 为函数 $Z(u, k)$ 的均值, M, N 为 $Z(u, k)$ 的行数与列数, 基于上述特征, 即可应用 k-近邻法进行分类。

4 本文算法对均值为 0 的白噪声的鲁棒性证明

假设图像 $f(x, y)$ 被均值为 0 和方差为 σ^2 的加性噪声 $\eta(x, y)$ 所感染, 则有如下关系:

$$\hat{f}(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y) \quad (16)$$

也即

$$R(r, \theta) \{\hat{f}(x, y)\} = R(r, \theta) \{f(x, y)\} + R(r, \theta) \{\eta(x, y)\} \quad (17)$$

根据 Radon 变换是对图像的线性积分可知, 因为在 $f(x, y)$ 连续变化的情况下, 各点和各个方向上噪声的 Radon 变换是一个常量, 并且该常量等于噪声的均值, 也就是为 0, 所以就有

$$R(r, \theta) \{\hat{f}(x, y)\} = R(r, \theta) \{f(x, y)\} \quad (18)$$

这意味着零均值的加性噪声对 Radon 变换以后的图像没有什么影响,然而由于实际的图像都是非连续的,而且由有限个点组成,所以上述结论并不成立,文献[15]证明了图像经过 Radon 变换以后信噪比增加为原来的 $1.7N_R$ 倍(N_R 为 Radon 变换的内截圆半径,下角 R 代表 Radon)。如果 $N_R = 64$ 的话,则 $1.7N_R \approx 109$,即信噪比近似为原来的 109 倍,可见此方法对均值为零的白噪声鲁棒性极佳。

5 仿真实验

算法通过 Matlab 6.5 编程实现,实验选用如图 3 所示的两个图像集,其中图像集 1 由 8 幅 128×128 大小的飞机灰度图像组成,图像集 2 由 8 幅 128×128 大小的蝴蝶灰度图像组成,分别进行了两组实验,实验 1 主要测试本文算法的分类精度,实验 2 主要测试本文算法的容噪能力。



图 3 实验所用图像集

Fig. 3 Image sets used in the experiments

实验 1

实验时,先对如图 3 所示的两个图像集中的每

幅图像以 1° 的增量旋转 $0^\circ \sim 360^\circ$,并同时随机放大 $\lambda(0.25 \leq \lambda \leq 2)$ 倍,即可获得两个各包含 2 880 (8×360) 幅图像的测试集 **A**、**B**,分别对应于图像集 1 与图像集 2;然后应用本文方法与 Zernike 矩、Tchebichef 矩、正交 Fourier-Mellin 矩进行分类,同时计算各类方法的正确分类率(CCP)。实验结果见表 1。

实验 2

实验 2 的测试对象是实验 1 中的两个测试集 **A**、**B** 分别感染了不同信噪比,均值为 0 的白噪声的图像,信噪比(SNR)以 2dB 为增量从 0dB 变化到 20dB,给定一 SNR 值,就可以获得两个测试集 A_i 、 B_i ,由此可以获得 10 组测试集。针对这 10 组测试集,应用本文方法(RFM)与 Zernike 矩(ZM)、Tchebichef 矩(TM)、正交 Fourier-Mellin 矩(OFM)进行分类,同时计算各类方法的正确分类率。实验结果见表 2。正确分类率随感染噪声的 SNR 值变化的情况见图 4。

由表 1 可以看出,本文算法在无噪声的情况下,对集合 **A** 与集合 **B** 的正确分类率均高于基于正交矩的分类方法,这与本文算法避免了基于正交矩的分类方法中必须的图像二值化、归一化过程有关,并与能有效降低重采样与重量化误差是吻合的。与基于正交矩的分类方法一样,本文算法的正确分类率也与待分类图像本身特性相关,对于分类特征明显的图像,其正确分类率高;对于分类特征不太明显的图像,其正确分类率则有所降低。由表 2 和图 4 可以看出,本文算法对均值为零的白噪声的鲁棒性显著高于基于正交矩的分类方法,在正交矩的分类方法中,Zernike 矩方法对白噪声的鲁棒性好于其他两种方法,而正交 Fourier-Mellin 矩对噪声最为敏感。随着感染噪声的信噪比降低,各类方法的正确分类率总体呈下降趋势,但由于噪声的感染具有一定的随机性,所以在下降曲线中局部会形成向上的拐点。本文算法的正确分类率随噪声信噪比下降较为平缓,

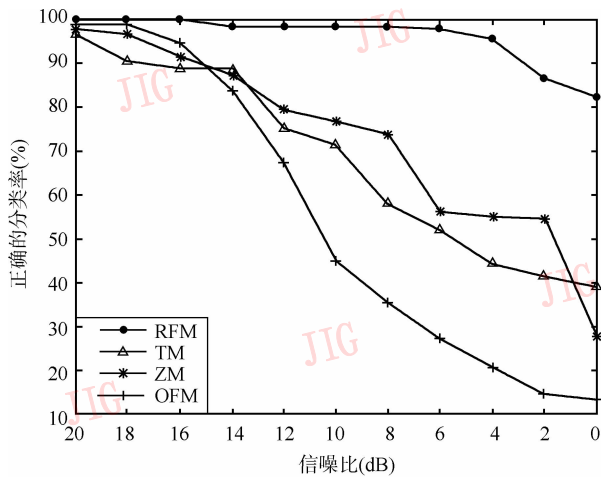
表 1 实验 1 分类结果

Tab. 1 The results of experiment 1

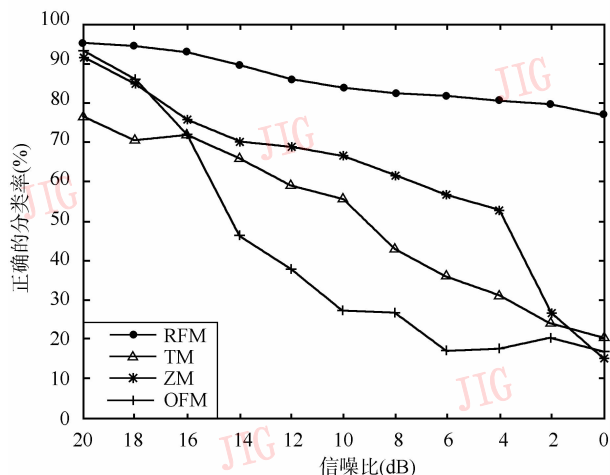
几种不同算法对集合 A 、 B 的正确分类率(%)							
本文算法		Zernike 矩		Tchebichef 矩		正交 Fourier-Mellin 矩	
A	B	A	B	A	B	A	B
99.83	95.69	98.23	94.31	96.42	77.40	98.85	93.61

表 2 实验 2 分类结果
Tab. 2 The results of experiment 2

SNR 值 (dB)	不同信噪比下几种不同算法对集合 A、B 的正确分类率 (%)							
	本文算法		Zernike 矩		Tchebichef 矩		正交 Fourier-Mellin 矩	
	A	B	A	B	A	B	A	B
20	99.76	95.31	97.88	92.05	96.35	76.32	98.72	93.33
18	99.72	94.47	96.84	85.35	90.45	70.52	98.68	86.18
16	99.79	93.13	91.49	75.97	88.82	72.01	94.58	72.01
14	98.20	89.55	87.22	70.32	88.47	66.01	83.58	46.42
12	98.30	86.22	79.48	68.92	75.24	59.2	67.12	37.74
10	98.29	83.68	77.05	66.70	71.39	55.76	44.97	27.43
8	98.16	82.54	73.72	61.81	58.09	42.99	35.28	26.77
6	97.85	81.7	56.31	56.91	52.01	36.25	27.18	17.05
4	95.52	80.56	55.21	52.85	44.27	31.08	20.56	17.57
2	86.56	79.58	54.37	26.84	41.56	23.99	14.72	20.21
0	82.25	77.01	27.88	15.31	39.20	20.24	13.19	16.91



(a)测试集A的正确分类率随感染噪声信噪比的变化情况



(b)测试集B的正确分类率随感染噪声信噪比的变化情况

图 4 几种算法的正确分类率随感染噪声信噪比的变化曲线

Fig. 4 Correct classification percentages using different methods versus SNR values

在 SNR 值为 0dB,即噪声感染概率达到 50% 时,本文算法仍然能够获得较为理想的分类效果(分类正确率分别为 82.25% 与 77.01%)。

6 结 论

本文提出了一种基于 Radon 变换和解析 Fourier-Mellin 变换的尺度与旋转不变图像目标识别算法。与基于正交矩的方法不同,本文算法不需要对灰度图像进行二值化与归一化处理,而是直接从图像的 Radon 变换与 Fourier-Mellin 变换的结果中提取不变特征,理论分析与实验结果表明,本文算法的分类效果优于基于正交矩的分类方法,而且对均值为 0 的白噪声的鲁棒性显著高于基于正交矩的分类方法,特别是在噪声感染率达到 50% 时,还能获得较为理想的分类效果,是一种分类效果好、对均值为零的白噪声鲁棒性强的尺度与旋转不变图像目标识别算法,而且本文算法结合基于 Hu 矩的以图像重心为坐标圆点的坐标变换方法很容易实现图像平移不变,除文中给出的实验外,研究小组还做了针对不同图像集的大量实验,进一步证明了本文算法的有效性。

参考文献 (References)

- 1 Person E, Fu K S. Shape discrimination using Fourier descriptors [J]. IEEE Transactions on System, 1997, 7(5):170~179.
- 2 Fu K S. Syntactic Pattern Recognition and Application [M], Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice-Hall, 1982.

- 3 Hu M K. Visual pattern recognition by moment invariants[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1962, **8**(2):179 ~ 182.
- 4 Yanni M K. The Influence of Thresholding and Spatial Resolution Variations on the Performance of the Complex Moment Descriptor Feature Extraction [D]. PhD Thesis, The University of Kent, Canterbury City, UK, 1995.
- 5 Flusser J. On the independence of rotation moment invariants[J]. Pattern Recognition, 2000, **33**(9):1405 ~ 1410.
- 6 Flusser J. On the inverse problem of rotation moment invariants [J]. Pattern Recognition, 2002, **35**(12): 3015 ~ 3017.
- 7 Teh C H, Chin R T. On image analysis by the methods of moments [J]. IEEE Transactions on Pattern Analytical Machine Intelligence, 1988, **10**(4): 496 ~ 512.
- 8 Kan C, Srinath M D. Invariant character recognition with Zernike and orthogonal Fourier-Mellin moments[J]. Pattern Recognition, 2002, **35**(1):143 ~ 154.
- 9 Liao S X, Pawlak M. On the accuracy of Zernike moments for image analysis[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1998, **20**(12): 1358 ~ 1364.
- 10 Shen J, Shen W, Shen D. On geometric and orthogonal moments, multispectral image processing and pattern recognition[J]. Series in Machine Perception Artificial Intelligence, 2001, **44**(3): 17 ~ 36.
- 11 Mukundan R, Ong S H, Lee P A. Image analysis by Tchebichef moments [J], IEEE Transactions on Image Processing, 2001, **10**(9): 1357 ~ 1364.
- 12 Stéphane Derrode, Ghorbel Faouzi. Robust and efficient Fourier-Mellin transform approximations for gray-level image reconstruction and complete invariant description[J]. Computer Vision and Image Understanding, 2001, **83**(1): 57 ~ 78.
- 13 Deans S R. The Radon Transform and Some of its Applications [M]. New York: John Wiley & Sons, 1983.
- 14 De Sena A, Rocchesso D. A fast mellin transform with applications in dafx[A]. In: Proceedings of the 7th International. Conference on Digital Audio Effects (DAFx ' 04) [C], Naples, Italy, 2004: 65 ~ 69.
- 15 Khouzani K J, Zadeh H S. Rotation-invariant multiresolution texture analysis using Radon and wavelet transform[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, **14**(6):783 ~ 795.